طرق تكرارية جديدة لمعادلات غير خطية

مقدمة من

ماجد عالي ذياب السلمي

إشراف

د. راماندیب بهل

د. فؤاد عثمان ملاوي

المستخلص

تتمثل إحدى أبسط وأقدم مشاكل التحليل العددي في إيجاد حل تقريبي فعال ودقيق للمعادلة غير الخطية من الشكل :

$$f(x) = 0.$$

حيث ان f هي دالة تحليلية في المنطقة التي تحتوي $x = r$ (حيث أن r هو صفرالمعادلة غير الخطية).

بشكل عام، ليس من الممكن دائمًا الحصول على حل للمشكلات غير الخطية من خلال النهج التحليلي. لذلك، من الضروري اعتماد الإجراء التكراري للحصول على الحلول التقريبية، لدينا العديد من المشاكل في الحياة الواقعية حيث لا يتوفر الحل الدقيق، وبالتالي يتعين علينا إرضاء أنفسنا بالحلول التقريبية. عندما ندرس الطرق التكرارية ننظر إليها فهي الدقة وترتيب التقارب وكم من الوقت سيستغرق للحصول على تقريب الحل. أيضا، تحتاج جميع الطرق التكرارية تقريبًا إلى معرفة واحد أو أكثر من التخمينات الأولية للحصول على الجذر المطلوب للمعادلة.

في الأطروحة، اقترحنا طريقة جديدة ومثلى من عائلة كنغ من الدرجة الرابعة. لها عدد من المزايا أنها تحقق ترتيب التقارب الأمثل، كونها خالية من المشتقات، وقابلة للاستخدام في حالة الجذور المكررة $(m \geq 2)$. حققت الطريقة شرط كونغ – تراب للكفاءة للطرق التكرارية ذات النقاط المتعددة بدون ذاكرة. قمنا أيضًا بمقارنة مخططنا مع طرق تكرارية أخرى من نفس ترتيب التقارب في بعض مشاكل الحياة الواقعية. نستنتج من النتائج التي تم الحصول عليها أن طريقتنا التكرارية تعمل بشكل أفضل من الطرق الأخرى.

لقد اقترحنا أيضًا طريقة تكرارية لتقريب الجذور المتعددة للمعادلة غير الخطية. لها خصائص خاصة: مكونة من نقطتين لا تتضمن أي مشتقات، ولها تقارب مثالي من الدرجة الرابعة، وقابلة للاستخدام في حالة الجذور المكررة $(m \geq 2)$. لقد أثبتنا قابلية تطبيق أساليبنا على ستة مشاكل عددية. و استنتجنا من خلال الوقت المستغرق من البرمجة لإظهار النتائج التي تم الحصول عليها، ورتبة التقارب، والأخطاء المطلقة بين تكرارين متتاليين توضح أن طريقتنا نتائجها أفضل مقارنة بالدراسات السابقة.

الكلمات المفتاحية: طريقة كنغ; معادلات غير خطية; أفضل الطرق التكرارية; جذور مكررة ; فرضية كونغ – تراب

Some new iterative schemes for nonlinear problems

By

Majed Aali Alsulami

Supervised By

Dr. Ramandeep Behl
Dr. Fouad Othman Mallawi

Abstract

One of the most basic and ancient problem of numerical analysis is to find an effective and accurate approximate solution of the nonlinear equation of the form:

$$f(x) = 0.$$

where $f: I \subseteq \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ is an analytic function in the region including the required $x = r$ (where r is the zero of nonlinear equation).

In general, it is not always possible to obtain the solution of a nonlinear problems by analytical approach. So, it is necessary to adopt the iterative procedure for obtaining the approximate solutions, we have several problems in the real life where the exact solution is not available then we have to satisfy ourselves with approximate solutions. In this way, iterative method fills the gap of exact solution by approximate zero. When we study the iterative methods we look at it is accuracy, order of convergence and how much time will take to get the approximation of the solution. Also, almost all the iterative methods needs the knowledge of one or more initial guesses to obtain the required root of the equation.

In the thesis, we proposed a new King's family of iterative methods. It has advantages it attains optimal convergence order, being free from derivatives, and working for multiple roots $(m \geq 2)$. Our scheme also fulfill the optimal Kung-Traub conjecture of iterative methods without memory. We also compared our scheme with another iterative methods of the same order of convergence in some real-life problems. We conclude from the obtain results that our methods perform better than the existing.

We also proposed technique has special properties: a two-point method that does not involve any derivatives, has an optimal convergence of fourth-order, and working for multiple roots $(m \geq 2)$. We have demonstrated the applicability of our methods to six numerical problems. We concluded on the basis of obtained CPU timing, computational order of convergence, and absolute errors between two consecutive iterations for which our methods illustrate better results as compared to earlier studies.

Keywords: King's method; nonlinear equations; optimal iterative methods; multiple roots; Kung-Traub conjecture